

## 20ª ORMUB - 2012 - 1º ANO DO ENSINO MÉDIO

**Questão 1:** Um triângulo retângulo possui um ângulo interno  $\theta \neq 90^\circ$ . Se o perímetro deste triângulo é igual a  $m(3 + \sqrt{5})$  e  $\operatorname{tg}\theta = \frac{1}{2}$ , determine "m" para que seja satisfeita a equação  $\sqrt{3} \cdot \operatorname{sen}\theta \cdot A - 3 \cdot \operatorname{cos}\theta \cdot h = 0$ , na qual A é a área deste triângulo e h é a medida da sua hipotenusa.

**Questão 2:** Na investigação de homicídios pode ser necessário determinar o instante em que o indivíduo morreu. Pela Lei de Newton do resfriamento sabe-se que "a temperatura superficial de um corpo se altera com uma taxa proporcional à diferença de temperatura entre o corpo e a temperatura ambiente". Matematicamente temos:

$$T(t) = T_a + (T_0 - T_a)e^{-kt}$$

em que:

- $T(t)$  é a temperatura do corpo em um instante  $t$ ;
- $T_a$  é a temperatura do ambiente (constante);
- $T_0 = T(0)$  é a medida inicial da temperatura quando o corpo é encontrado;
- $k$  é uma constante de proporcionalidade (positiva);
- "e" é o número neperiano ( $e=2,71828\dots$ ).

Utilizando estas informações resolva o problema a seguir.

Um homem foi encontrado morto em uma sala climatizada cuja temperatura ambiente constante era de  $17^\circ\text{C}$ . Imediatamente foi chamado um médico legista que mediu a temperatura do homem morto e constatou que era de  $27^\circ\text{C}$ . Passado uma hora, o médico legista mediu novamente a temperatura do homem morto e esta era, agora, de  $22^\circ\text{C}$ . Considerando que no instante em que o homem morreu, sua temperatura corporal era de  $37^\circ\text{C}$ , quanto tempo o homem levou para ser encontrado?

**Questão 3:** Lucas ganhou um Tablet de sua mãe com uma conta de internet de 250 MB semanais e uma bateria de 40 horas de uso. Sua mãe informou também que ele só poderia navegar em 2 sites da internet e que se esqueceu de comprar o carregador da bateria. Diante da situação Lucas escolheu o site 1 que para navegar gasta 5 MB por hora e o site 2 que para navegar gasta 10 MB por hora. Ao final de uma semana quais as quantidades de horas que o Lucas conseguirá navegar no site 1 e no site 2?

**Questão 4:** O logaritmo de um número real positivo "a" em uma base "b", com  $b > 0$  e  $b \neq 1$ , é denotado e definido por  $\log_b a = c$  se  $a = b^c$ .

a) Considere a igualdade:  $\log_2(x \cdot y) = (\log_2 x) \cdot (\log_2 y)$ . Ela é falsa ou verdadeira? Se for verdadeira, justifique. Se for falsa, dê um exemplo numérico que a invalide.

b) Quais valores reais de x satisfazem a equação abaixo?

$$\log_2(x+2) + 2 \cdot \log_4(x-2) - 4 \cdot \log_{16}(x-4) = 0$$

**Questão 5:** Em uma apresentação da Esquadrilha da Fumaça, um avião realizou uma manobra de autorrotação no ar, conhecida como *parafuso*. No dia seguinte ao espetáculo aéreo, o professor de matemática da escola "SONHO" relatou a seus alunos que um avião, num dos parafusos, realizou mais de cinco giros completos sobre seu eixo. Os alunos souberam ainda que o avião visto do solo descrevia um ponto  $P$  numa circunferência com coordenadas  $(\cos t, \sin t)$ . Dessa maneira, para que os alunos

soubessem como foi o *parafuso* do avião visto do solo, o professor disse que  $\left(\frac{\sqrt{6k}}{3}, \frac{k\sqrt{3}}{3}\right)$

são as coordenadas do avião em algum momento da sua trajetória. A partir das informações acima, calcule o valor de  $k$ , sabendo-se que as funções  $\cos t$  e  $\sin t$  são funções reais de uma variável real.